



Открытая городская олимпиада школьников по комбинаторике

Для учеников 8-11 классов

Задания I (дистанционного) тура

10-16 декабря 2018 года

Задание № 1. Пять новых учеников (Иванов, Петров, Смирнов, Сергеев, Николаева) нужно распределить по трем классам параллели восьмых классов (А, Б, В). Сколько различных способов это сделать, если в 8А два свободных места, в 8Б – три свободных места, в 8В – три свободных места?

Задание № 2. Сколько существует четырёхзначных чисел, удовлетворяющих следующим ограничениям:

- делятся на 5;
- начинаются на две одинаковые цифры;
- в каждом числе нет одинаковых цифр;
- соседние цифры различны;
- в записи есть одинаковые цифры;
- в записи есть хотя бы одна нечетная цифра;

Ответы запишите последовательно через запятую.

Задание № 3. Сколько существует натуральных чисел, меньших 1024, таких, что в записи каждого числа в двоичной системе счисления не будет двух единиц подряд?

Задание № 4. В 10А классе 20 учащихся – 10 юношей и 10 девушек. Сколькими способами можно сформировать компанию, в которой было бы одинаковое число юношей и девушек?

Задание № 5. На ёлке в театре было несколько супружеских пар с детьми, причем известно, что у каждой пары было от 1 до 10 детей. Для участия в конкурсе Снегурочка выбрала одного ребёнка, одну маму и одного папу из трёх разных семей. Оказалось, что у неё было ровно 3630 способов выбрать нужную тройку людей. Сколько всего детей было на ёлке в театре?

Задание № 6. Петина мама уехала в командировку, и теперь еду готовит сестра Ира. Ира умеет готовить 6 разных блюд. Каждый день Петя выбирает некоторый набор блюд, причем каждый такой набор отличен от наборов, которые он выбирал в предыдущие дни (Петя может выбрать от 1 до 6 блюд). Какое наибольшее количество дней Петя продержится без мамы, питаясь по этим правилам?

Задание № 7. Для учеников восьмых классов нужно заказать один из предметов одежды с логотипом школы. На выбор предлагается футболка, рубашка-поло или бейсболка. Каждый из предметов одежды может быть одного из четырех цветов: белый, синий, красный, зеленый. Логотип школы тоже может быть одного из этих цветов, но цвет логотипа и цвет одежды не должны совпадать. Для футболки и рубашки-поло существуют два варианта размещения логотипа: на груди и на спине. Так как для всех ребят нужно заказать один и тот же вариант одежды с логотипом, то решили провести голосование, в список для голосования включили все варианты. Примеры пунктов списка для голосования: синяя рубашка-поло с белым логотипом на груди, белая бейсболка с красным логотипом. Сколько всего получилось пунктов в списке для голосования?

Задание № 8. В школе нужно составить расписание занятий кружков по математике, русскому языку, физике и информатике. Занятия по математике должны проходить 2 раза в неделю, причем их нужно поставить так, чтобы между занятиями было не менее двух суток. Например, можно поставить в понедельник и среду, а в понедельник и вторник поставить нельзя. По остальным предметам кружки будут проходить один раз в неделю. Кружки можно ставить с понедельника по субботу включительно, но не более одного кружка в день. Сколько всего вариантов составления такого расписания?

Задание № 9. Иван Евсеевич забыл свой пин-код. Терминал для ввода пин-кода похож на обычный, только без нуля (в стране, где живёт Иван Евсеевич, 0 считается несчастливой цифрой):

1 2 3
4 5 6
7 8 9

Иван Евсеевич помнит, что две крайние цифры были разные и располагались на одной и той же строке, а две средние – одинаковые, причём отличные от первых двух, и это одна из угловых клавиш на терминале. Сколько вариантов пин-кода подходят для Ивана Евсеевича?

Задание № 10. Василий регистрируется на одном популярном программистском форуме. Логин может содержать только английские буквы, цифры и подчёркивания. Логин не чувствителен к регистру, подчёркивание не может быть первым и последним символом, а также идти 2 или более раз подряд.

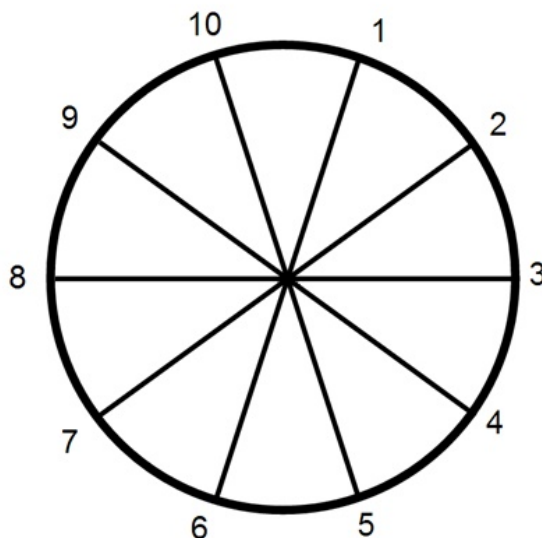
Василий очень хочет занять логин *darklord*. Поскольку этот вариант может оказаться занят, он готов при необходимости добавлять подчёркивания и даже заменять буквы l и o на цифры 1 и 0 соответственно.

Сколько вариантов перепробует Василий, прежде чем убедится, что все они уже заняты?

Задание № 11. В группе 8 учеников – 6 мальчиков и 2 девочки. Их нужно разбить на 2 подгруппы таким образом, чтобы в каждой из них было нечётное количество детей, и в каждой подгруппе присутствовали как мальчики, так и девочки. Сколько таких способов?

Задание № 12. Каких семизначных чисел больше: тех, которые не делятся на 5 и при этом все цифры являются чётными, или зеркальных? Например: 1234321 – зеркальное число. В ответе укажите разность между количеством чисел с чётными цифрами, которые не делятся на 5, и количеством зеркальных чисел.

Задание № 13. На концах пяти диаметров круга расположены все числа от 1 до 10 так, как на рисунке.



При таком расположении только в одном случае сумма двух соседних чисел равна сумме двух противоположно расположенных чисел, а именно: $10 + 1 = 5 + 6$, но, например $1 + 2 \neq 6 + 7$, или $2 + 3 \neq 7 + 8$.

Сколькими способами можно переставить числа так, чтобы сумма любых двух соседних чисел равнялась сумме соответствующих двух противоположно расположенных чисел (два способа, отличающиеся только поворотом круга, считаются одинаковыми)?

Задание № 14. Сколько различных слов можно составить из букв слова СГУ при условии, что каждую букву можно использовать не более одного раза?

Задание № 15. В классе 5 мальчиков и 5 девочек. Сколькими способами можно выбрать Деда Мороза, Снегурочку и трёх снеговиков для проведения новогоднего праздника (Дедом Морозом обязательно должен быть мальчик, Снегурочкой – девочка, а снеговиком – может быть и мальчик, и девочка)?

Ответы нужно ввести на сайте олимпиады до 21.00 часов 16 декабря 2018 года: <http://comb.erudit-online.ru>